

## VI. ORGANOS DETENTORES DE MOVIMIENTO.

### 14. FRENOS.

#### 1. CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE TRABAJO Y ENERGIA DE UN CUERPO EN ROTACION.

Supongamos un eje provisto de la masas y que se encuentra girando con una velocidad  $\omega$ . El trabajo realizado por las fuerzas que hacen girar a un cuerpo nos viene dado, en general, como el producto del par que se aplica por el ángulo girado, es decir,

$$dT = F_t \cdot ds = F_t \cdot r \cdot d\theta = M \cdot d\theta$$

y que integrando queda

$$T = M \cdot \theta \tag{14.1}$$

en la que:

$F_t$  es la fuerza tangencial que produce la rotación.

$d\theta$  es el ángulo girado al aplicar  $F_t$ .

$ds$  es el arco recorrido.

A efectos de energía, consideramos los siguientes casos:

A) Eje que se encuentra solo girando (solo hay masas con movimiento circular.

La energía cinética para el sistema de la fig.14.1., puede determinarse como se indica a continuación

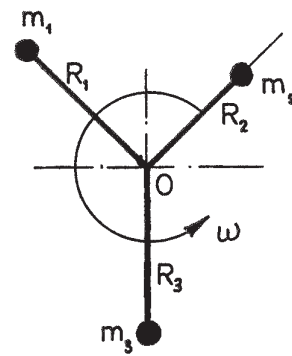
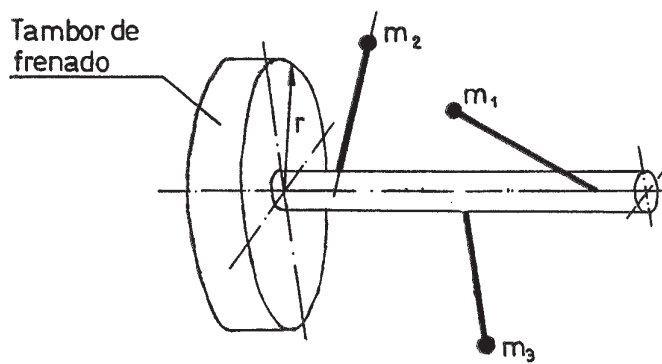


fig.14.1

$$E_T = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 + \dots$$

pero como

$$v_1 = \omega_1 \cdot r_1 \quad v_2 = \omega_2 \cdot r_2 \dots$$

nos queda

$$E_T = \frac{1}{2} m_1 \cdot \omega_1^2 \cdot r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \omega_2^2 \cdot r_2^2 + \dots$$

si  $\omega_1 = \omega_2 = \dots$

$$E_T = \frac{1}{2} \omega^2 \sum m_i \cdot r_i^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum I_i = \frac{1}{2} \omega^2 \cdot I_T \quad (14.2)$$

Si no se parte del reposo, existe una velocidad inicial y el valor de la energía será:

$$T = \frac{1}{2} I \cdot (\omega^2 - \omega_0^2) \quad (14.3)$$

Igualando las expresiones (14.1) y (14.3), tenemos

$$M \cdot \theta = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 \quad (14.4)$$

### B) Eje girando y desplazando una masa.

Si además de las masas  $m_1, m_2, \dots$  se encuentra otra masa  $m$ , que hay que desplazar como se indica en la fig.14.2

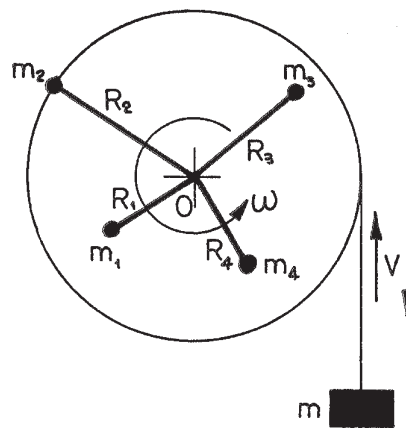


fig.14.2

en este caso la energía total del sistema en movimiento será:

$$E_T = E_1 + E_2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$$

en donde

$E_1$  representa la energía de la masa  $m$ .

$E_2$  representa la energía de las masas giratorias.

$$E_T = \frac{1}{2} \sum m_i \cdot v^2 + \frac{1}{2} \sum I \cdot \omega^2 \quad (14.5)$$

y como  $E_T = M \cdot \theta$ , la energía del sistema se puede obtener a partir de la expresión:

$$T = M \cdot \theta = \frac{1}{2} \sum M_i \cdot v^2 + \frac{1}{2} \sum I \cdot \omega^2 \quad (14.6)$$

El valor de  $\theta$ , se puede determinar como se indica a continuación. La ecuación horaria del movimiento uniformemente acelerado nos viene dada por

$$e = e_o + v_o \cdot t + \frac{1}{2} j \cdot t^2$$

si  $e_o = 0$  y  $v_o = 0$

$$e = \frac{1}{2} j \cdot t^2 \quad \text{pero } j = \frac{v}{t}$$

sustituyendo en la anterior, tenemos

$$e = \frac{1}{2} \frac{v}{t} t^2 = \frac{1}{2} v \cdot t$$

si hacemos  $e = \theta \cdot r$  y  $v = \omega \cdot r$ , la anterior expresión nos queda

$$\theta = \frac{1}{2} \omega \cdot t \quad (14.7)$$

El ángulo  $\theta$ , se podría haber obtenido como el área representada en la fig.14.3, en la que en abcisas se han tomado tiempos y en ordenadas velocidad angular  $\omega$ , y representa el ángulo que gira el eje desde que se inicia el movimiento hasta que se finaliza.

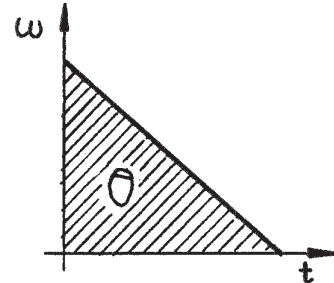


fig.14.3

Las unidades que utilizaremos son las del S.I., por lo que la inercia se expresará en

$$I = \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

## 2. FRENOS. CONSIDERACIONES GENERALES.

Un freno se compone fundamentalmente de una polea situada en un árbol de la máquina, polea de frenado, y de una o varias palancas que accionan a una o varias zapatas sobre la polea de frenado produciendo entre la polea y las zapatas una fuerza de rozamiento que deberá ser suficiente para detener la máquina en un intervalo de tiempo determinado. Se dividen en:

A) **Detentores:** su misión es la de provocar la detención de la máquina en un tiempo más o menos corto.

B) **Dinamométricos:** su misión es la poder conocer la potencia que tiene una máquina.

La situación del freno en la máquina debe ser en aquel árbol que funcione a mayor velocidad, pues en este árbol es en donde se obtiene la

mayor capacidad frenante, ya que el momento de frenado es directamente proporcional a la velocidad de giro.

### 3. FRENO DE SIMPLE ZAPATA.

El freno de simple zapata, fig.14.4, se compone de una polea de frenado y de una palanca provista de una zapata que se acciona contra la polea de frenado.

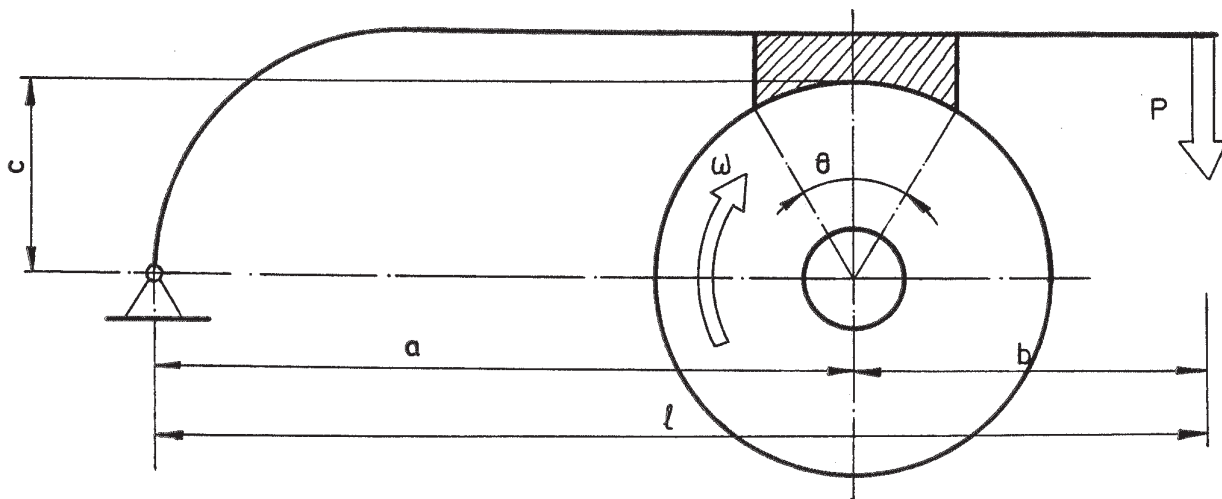


fig.14.4

La fuerza de rozamiento generada entre zapata y polea debe ser lo suficientemente elevada para provocar la detención del mecanismo en un tiempo más o menos corto, tiempo de frenado.

El estudio de estos tipos de frenos se hará teniendo en cuenta si las zapatas son cortas o largas. En el primer caso se supone que el ángulo abrazado por la zapata sobre el tambor de frenado es  $\theta < 60^\circ$  y en el segundo  $\theta > 60^\circ$

#### 3.1 Caso de zapatas cortas ( $\theta < 60^\circ$ ).

En este caso supondremos que la presión es uniforme entre las superficies de contacto cuando se aplica el esfuerzo  $P$ , en el extremo de la palanca.

El diagrama del sólido libre que tenemos sobre la palanca de frenado, motivado por el esfuerzo  $P$  dado en el extremo de la palanca y para el sentido de giro indicado, se muestra en la fig.14.5. De esta figura, se puede deducir, tomando momentos respecto a  $O_2$ :

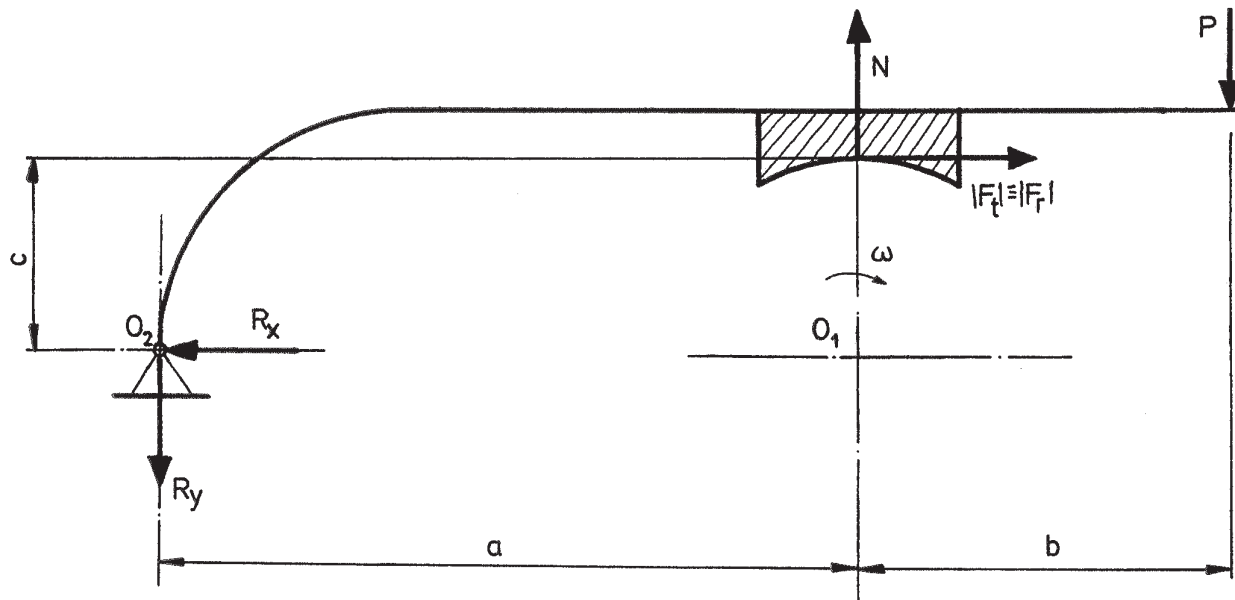


fig.14.5

$$\Sigma M_{O_2} = 0 \rightarrow N \cdot a - F_f \cdot c - P(a + b) = 0$$

de donde

$$P = \frac{N \cdot a - F_f \cdot c}{a + b}$$

y como  $F_f = f \cdot N$  sustituyendo en la anterior nos queda

$$P = N \frac{a - f \cdot c}{a + b} \quad (14.8)$$

que nos dará el esfuerzo a aplicar en el extremo de la palanca.

En esta expresión, el valor de N puede ser calculado si se conoce el valor de la potencia a detener, ya que

$$N_c = M_f \cdot \omega = F_r \frac{d}{2} \omega = f \cdot N \cdot \frac{d}{2} \omega$$

de la que una vez despejada la fuerza de rozamiento nos permite conocer N

$$N = \frac{N_c}{f \cdot \omega \cdot d/2} \quad (14.9)$$

La reacción en  $O_2$ , puede ser conocida aplicando las leyes de la estática, por lo que en el equilibrio se tiene que cumplir que:

$$\begin{aligned} \Sigma F_h &= 0 & R_x &= F_t \\ \Sigma F_v &= 0 & R_y - N + P &= 0 \end{aligned}$$

Una vez obtenidos  $R_x$  y  $R_y$  se puede calcular la reacción total en el apoyo.

Algunas variantes de estos tipos de frenos son:

A) Si en la ecuación (14.8), hacemos que  $c = 0$ , se evita la introducción de un momento sobre la bancada. En este caso tendremos:

$$P = \frac{N \cdot a}{a + b} \quad (14.10)$$

B) Si el punto de giro de la palanca está por encima de la polea de frenado, fig.14.6, el valor de P será



$$N \cdot a + F_r \cdot c - P(a + b) = 0$$

$$P = \frac{N(a + f \cdot c)}{a + b} \quad (14.11)$$

que es mayor que en el caso anterior.

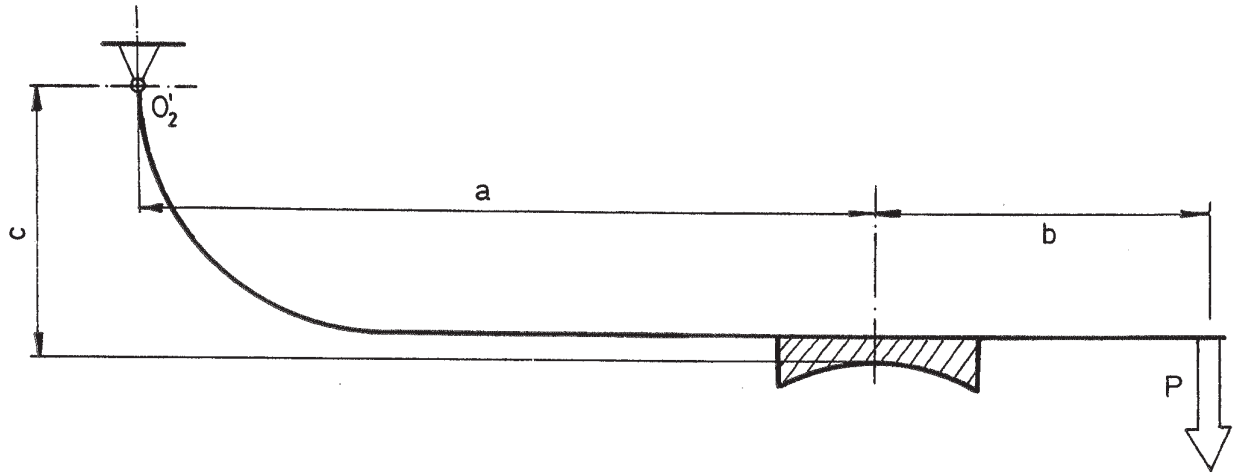


fig.14.6

C) Si el esfuerzo de frenado es cero,  $P = 0$ , de la ecuación (14.8) deducimos

$$N(a - f \cdot c) = 0 \quad \rightarrow \quad f = \frac{a}{c} \quad (14.12)$$

si se cumple esta condición para el coeficiente de rozamiento, diremos que el freno es autocerrante.

También debe cumplirse para la presión específica

$$p_n = \frac{N}{A} \leq p_{adm}$$

### 3.2 Caso de zapatas largas ( $\theta > 60^\circ$ ).

Si  $\theta > 60^\circ$ , puede cometerse en los cálculos un error considerable al suponer la presión constante, por lo que en este caso se hace la siguiente hipótesis:

- Supondremos que se trata de una zapata articulada.
- $p$ , presión específica no es constante.
- $\delta$ , será el desgaste de la zapata en dirección radial. Este desgaste se supone uniforme.
- $\delta'$ , desgaste en la dirección vertical.

En la fig.14.7, al aplicar un esfuerzo  $P$ , en el extremo de la palanca de frenado, el esfuerzo se reparte sobre la superficie del tambor de frenado, produciéndose un desgaste en el material de la zapata en contacto con esta superficie.

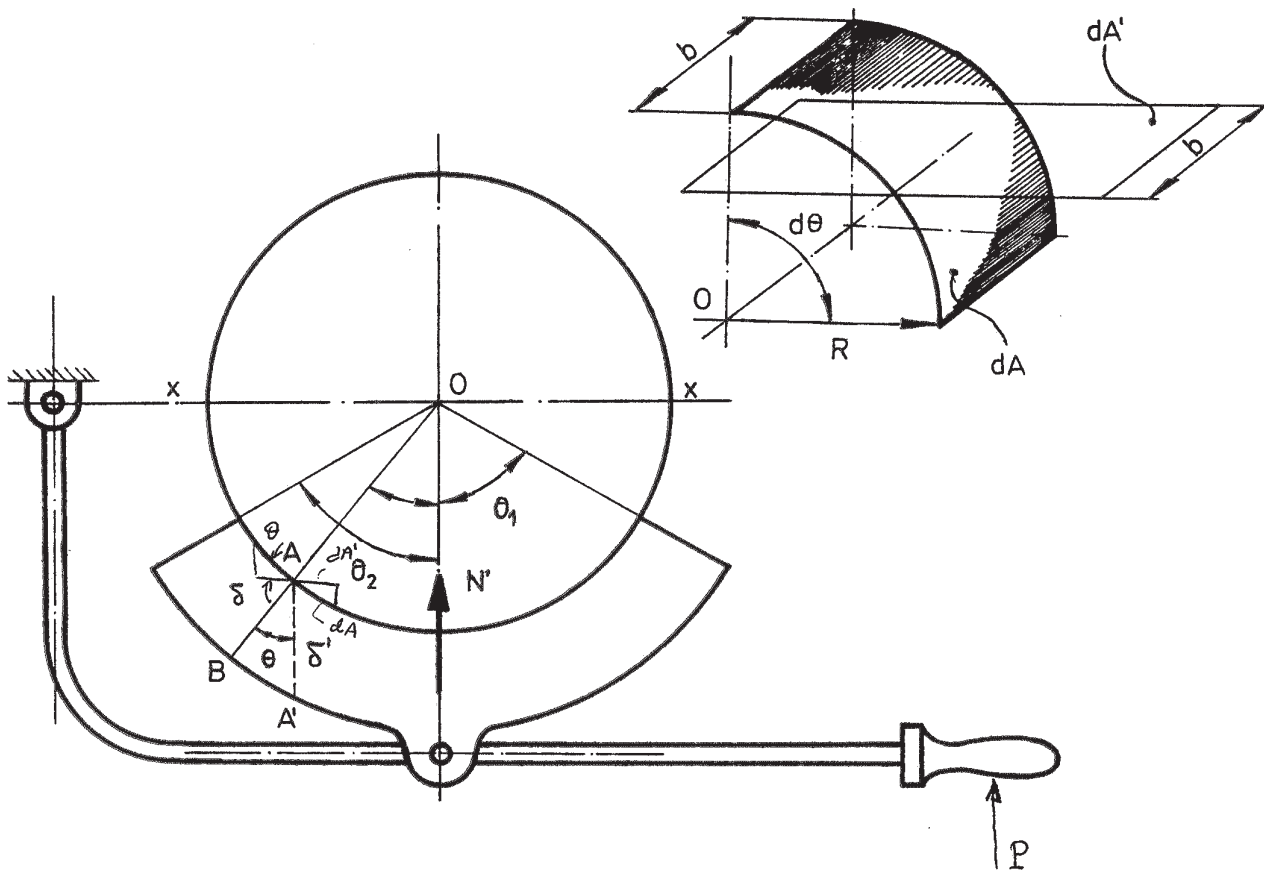


fig.14.7

El desgaste puede ser valorado por la expresión

$$\delta = K \cdot p_n \cdot V$$

el valor de K, es propio de cada tipo de material y puede ser conocido si se sabe  $\delta$ ,  $p_n$  y V.

Por haber supuesto el desgaste uniforme, al cabo de cierto tiempo un punto B tomado sobre la zapata pasa a ocupar la posición A y la zapata se habrá desgastado en sentido vertical  $\delta'$ , fig.14.8.

$$\delta' = \frac{\delta}{\cos \theta} = \frac{K \cdot p_n \cdot V}{\cos \theta}$$

y de aquí,

$$p_n = \frac{\delta'}{K \cdot V} \cos \theta$$

$$\text{pero } p_n = \frac{dN_v}{dA'}$$

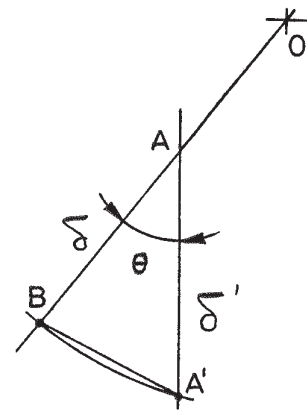


fig.14.8

siendo

$$\begin{aligned} dA' &= dA \cdot \cos \theta \\ dA &= R \cdot d\theta \cdot b \end{aligned}$$

El valor de  $dN_v$  (componente vertical de N) será

$$dN_v = p_n \cdot dA' = p_n \cdot dA \cdot \cos \theta = p_n \cdot R \cdot b \cdot \cos \theta \cdot d\theta =$$

$$= \frac{\delta'}{K \cdot V} \cos^2 \theta \cdot R \cdot b \cdot d\theta \Rightarrow N_v = \frac{\delta' \cdot R \cdot b}{K \cdot V} \int_{-\theta_1}^{\theta_2} \cos^2 \theta \cdot d\theta =$$

$$= \frac{\delta' \cdot R \cdot b}{K \cdot V} \int_{-\theta_1}^{\theta_2} \cos^2 \theta \cdot d\theta = \frac{\delta' \cdot R \cdot b}{K \cdot V} \left[ \frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{4} \sin 2\theta \right]_{-\theta_1}^{\theta_2}$$

y de aquí

$$N_v = \frac{\delta' \cdot R \cdot b}{K \cdot V} \left[ \frac{\theta_2}{2} + \frac{1}{4} \sin 2\theta_2 + \frac{\theta_1}{2} + \frac{1}{4} \sin 2\theta_1 \right]$$

si  $\theta_1 = \theta_2 = \theta/2$ , sustituyendo en la anterior nos queda para  $N_v$ ,

$$N_v = \frac{\delta' \cdot R \cdot b}{K \cdot V} \left[ \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} \sin \theta \right] = \frac{\delta' \cdot R \cdot b}{K \cdot V} \frac{1}{2} \left[ \theta + \sin \theta \right] \quad (14.13)$$

En esta expresión, fig.14.9:

Si  $\theta = 0$ , no puede darse, pues carece de sentido el que el área sea nula.

Si  $\theta$  es muy pequeño,  $N_v$  depende, además, del valor de

$$\frac{\delta'}{K \cdot V} = \frac{p_n}{\cos \theta}$$

y para estos puntos  $p_n$  es máximo, por los que  $N_v$  será también máximo.

Si  $2\theta = 180^\circ$ ,  $p_v$  será mínimo y  $N_v$  será cero.

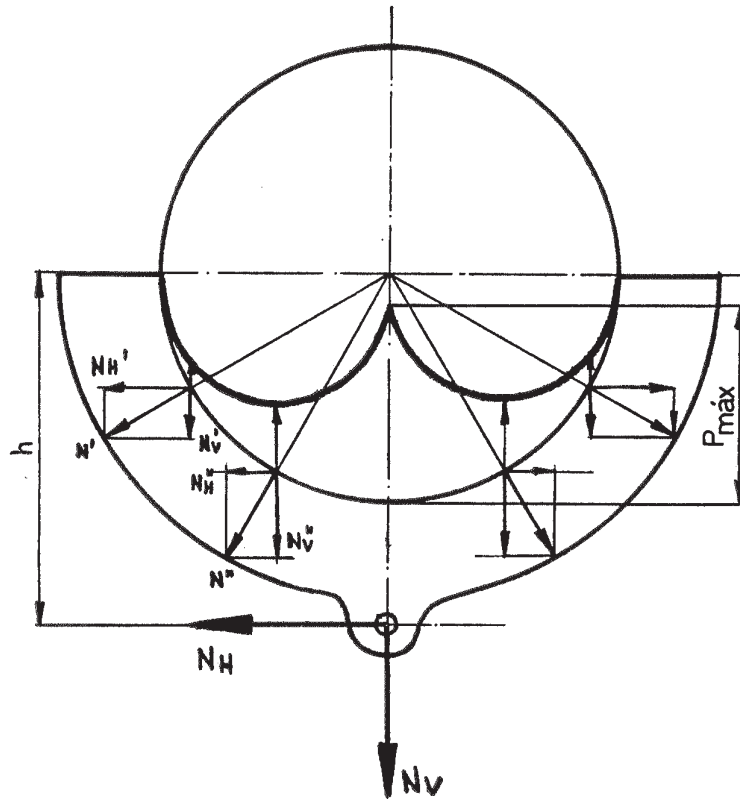


fig.14.9

#### Posición de h.

La distancia desde la articulación de la zapata al centro del tambor de frenado la determinaremos igualando el momento de la fuerza resultante  $N_h$ , al momento resultante de las fuerzas diferenciales de rozamiento, fig.14.10, es decir,

$$M_f = \int N_v \cdot h = \int R \cdot dF_r \quad (14.14)$$

$$dF_r = f \cdot dN \quad (14.15)$$

como

$$p_n = \frac{dN}{dA} \quad (14.16)$$

y como anteriormente se obtuvo que

$$p_n = \frac{\delta' \cdot \cos \theta}{K \cdot V}$$

$$\begin{aligned} \delta &= p_n \cdot K \cdot V \\ \delta &= \delta' \cdot \cos \theta \quad \implies \quad \delta' \cdot \cos \theta = p_n \cdot K \cdot V \end{aligned}$$

y de aquí

sustituyendo en la ecuación (14.16),

$$\frac{\delta' \cdot \cos \theta}{K \cdot V} = \frac{dN}{dA}$$

obteniendo

$$dN = \frac{\delta}{K \cdot V} \cos \theta \cdot dA$$

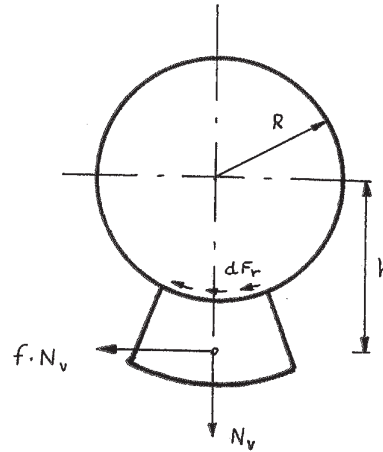


fig.14.10

expresión que se obtuvo anteriormente. Sustituyendo ésta en la ecuación (14.15), tenemos

$$dF_r = f \frac{\delta'}{K \cdot V} \cos \theta \cdot dA$$

y como  $dA = b \cdot R \cdot d\theta$

$$dF_r = f \frac{\delta'}{K \cdot V} \cos \theta \cdot b \cdot R \cdot d\theta \quad \Rightarrow \quad f \frac{\delta'}{K \cdot V} b \cdot R \int_{-\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta \cdot d\theta$$

si  $\theta_1 = \theta_2 = \theta/2$ , integrando y sustituyendo estos límites, se obtiene para la fuerza de rozamiento,

$$F_r = f \frac{\delta'}{K \cdot V} 2 \cdot b \cdot R \cdot \sin \frac{\theta}{2} \quad (14.17)$$

como

$$h \cdot f \cdot N_v = R \cdot F_r$$

despejando h una vez hayamos sustituido el valor de  $N_v$  y  $F_r$  obtenidos anteriormente en las ecuaciones (14.13) y (14.17), tenemos:

$$h = \frac{4 \cdot R \cdot \sin \theta/2}{\theta + \sin \theta} \quad (14.18)$$

y el momento de frenado será:

$$M_f = f \cdot N \cdot h = f \cdot N \frac{4 \cdot R \cdot \sin \theta/2}{\theta + \sin \theta} \quad (14.19)$$

#### 4. FRENOS DE DOBLE ZAPATA.

Con estos tipos de frenos es posible compensar el esfuerzo de flexión que se originaba en los de simple zapata sobre el eje al existir dos zapatas dispuestas diametralmente opuestas. Así mismo, la capacidad frenante se ve aumentada al poderse disponer de mayor superficie de contacto y por tanto de rozamiento, también se ve favorecida la disipación de calor al repartirse este sobre una mayor superficie.

Se componen de un conjunto mecánico que transmite el esfuerzo del resorte de accionamiento de la palanca de frenado a las zapatas y de un gato hidráulico que presiona o tracciona el resorte realizando de este modo la apertura del freno. También puede hacerse la apertura manualmente a través de una serie de palancas de la forma que se indica en la fig.14.11.

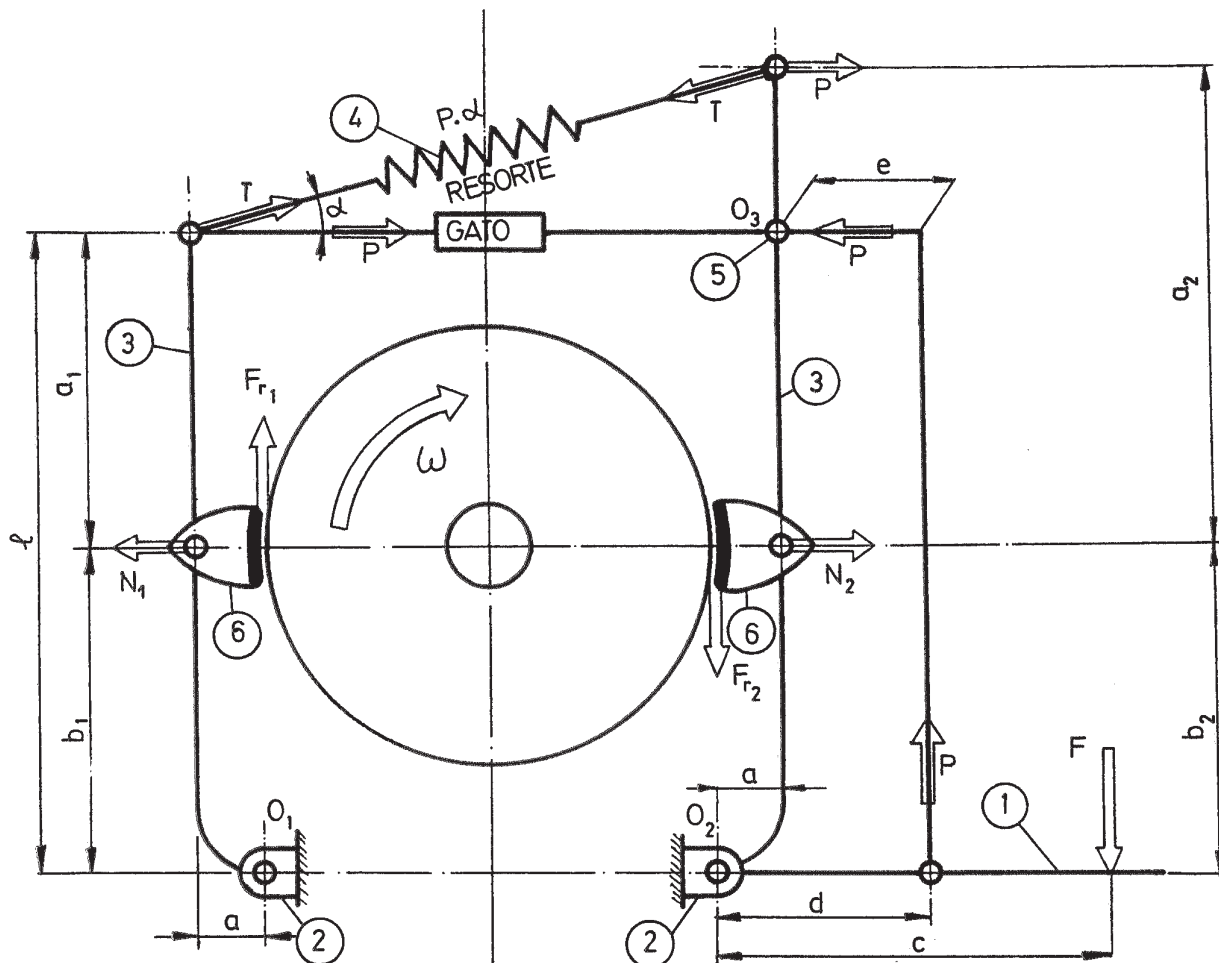


fig.14.11



El conjunto está constituido por los siguientes elementos:

1. Organo de mando.
2. Base con agujeros de fijación.
3. Palanca de frenado.
4. Resorte de frenado.
5. Palancas de unión.
6. Zapatas articuladas.

La base está provista de agujeros de fijación para las dos palancas de frenado; en la parte superior de estas, se encuentra la timonería y el resorte de frenado además de la palanca de unión al órgano de frenado.

Las palancas de frenado contienen la articulación donde se fijan las zapatas provistas de guarniciones con un material de altas características de fricción y desgaste, que pueden estar fijas a las zapatas o remachadas para su fácil recambio.

#### Determinación del momento de frenado.

En la disposición de la fig.14.12, determinaremos la capacidad frenante. Para ello, supondremos que la fuerza normal que actúa sobre la zapata izquierda es distinta de la que actúa en la de la derecha.

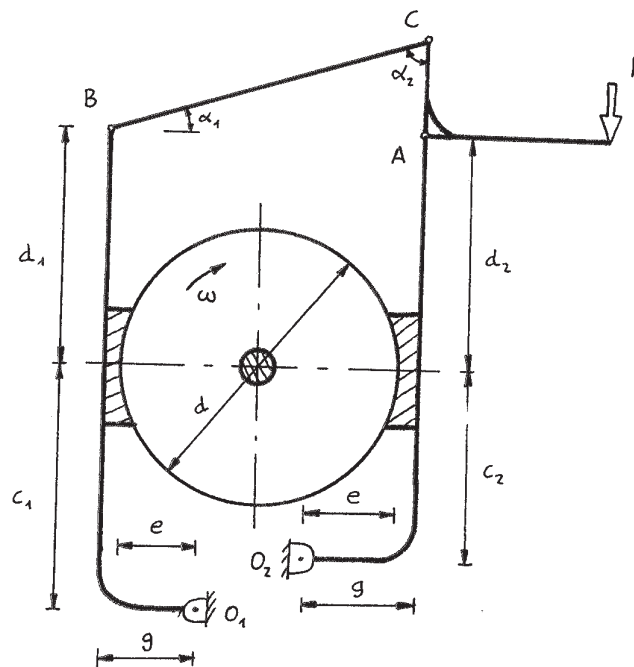


fig.14.12

Palanca: Si sobre la palanca de frenado actúa la carga  $P$  y construimos el diagrama del sólido libre, fig.14.12b, los valores para  $T$  y  $A$  pueden ser calculados como se indica a continuación

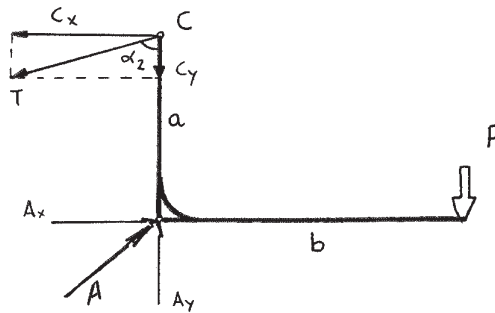


fig.14.13

$$\Sigma F_v = 0 \rightarrow C_y + P = A_y$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow C_x \cdot a = P \cdot b \rightarrow C_x = \frac{P \cdot b}{a}$$

conocido  $C_x$  podemos determinar  $C_y$ .

$$\Sigma F_h = 0 \rightarrow A_x = C_x$$

Barra BC: En el sólido rígido correspondiente a la barra BC de la fig.14.14, los esfuerzos pueden determinarse como se indica a continuación.

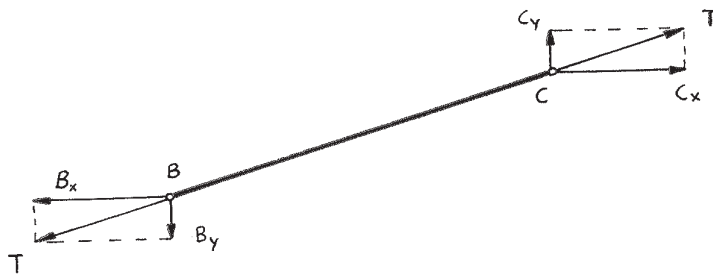


fig.14.14

$$|B_x| = |C_x|$$

$$|C_y| = |B_y|$$

Zapata derecha: En el diagrama del sólido libre de la fig.14.16, correspondiente a esta zapata, tenemos:

$$\Sigma M_{O_2} = 0$$

$$A_y \cdot g - A_x(d_2 + c_2) + c_2 \cdot N_2 + F_{r2} \cdot e = 0$$

en esta ecuación es conocido  $A_y$ ,  $C_x$  y las dimensiones. Como  $F_{r2} = f \cdot N_2$ , esta expresión nos permite determinar  $N_2$  y, por tanto,  $F_{r2}$  y  $M_2$

$$M_2 = \frac{d}{2} F_{r2} \quad (14.20)$$

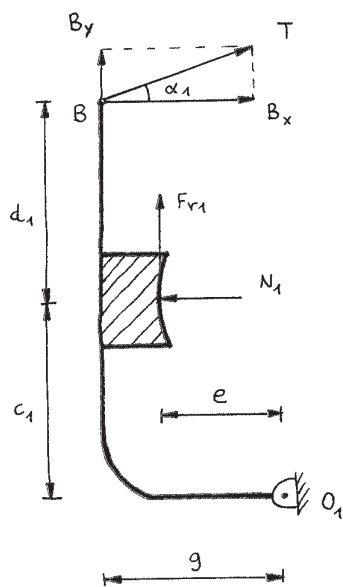


fig.14.15

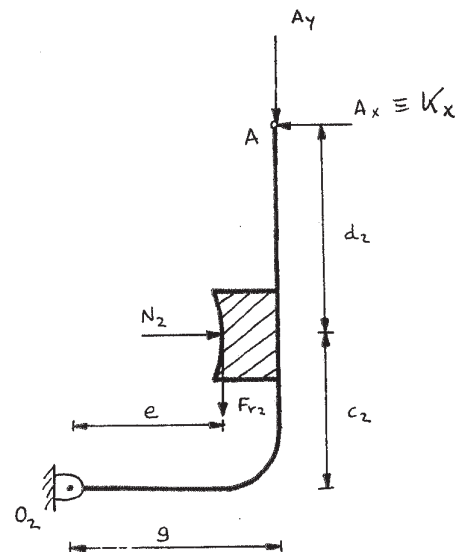


fig.14.16

Zapata izquierda: Para el diagrama del sólido rígido correspondiente a esta zapata, fig.14.15, tenemos:

$$\Sigma M_{O_2} = N_1 \cdot c_1 - f \cdot N_1 \cdot e - B_y \cdot g - B_x(c_1 + d_1) = 0$$

$$B_y = T \cdot \text{sen } \alpha_1$$

$$B_x = T \cdot \text{cos } \alpha_1$$

De aquí obtenemos  $f \cdot N_1$  y  $N_1$  y el momento de frenado para esta zapata será:

$$M_1 = \frac{d}{2} F_{r1} \quad (14.21)$$

y el momento total de frenado  $M_t$ , lo obtenemos sumando (14.20) y (14.21)

$$M_t = M_1 + M_2 \quad (14.22)$$

Si las zapatas son largas el procedimiento será de la misma forma siguiendo la teoría anteriormente explicada.

## 5. FRENO DIFERENCIAL O DE CINTA.

Se compone este freno de un tambor de frenado y de una cinta flexible arrollada sobre el tambor y sometida a presión por medio de una palanca sobre la que se ejerce el esfuerzo de frenado  $P$ , fig.14.17. Cuando la palanca queda sometida a la fuerza  $P$ , ejerce sobre la cinta las tensiones  $T_1$  y  $T_2$  de la forma que se indica en la figura.

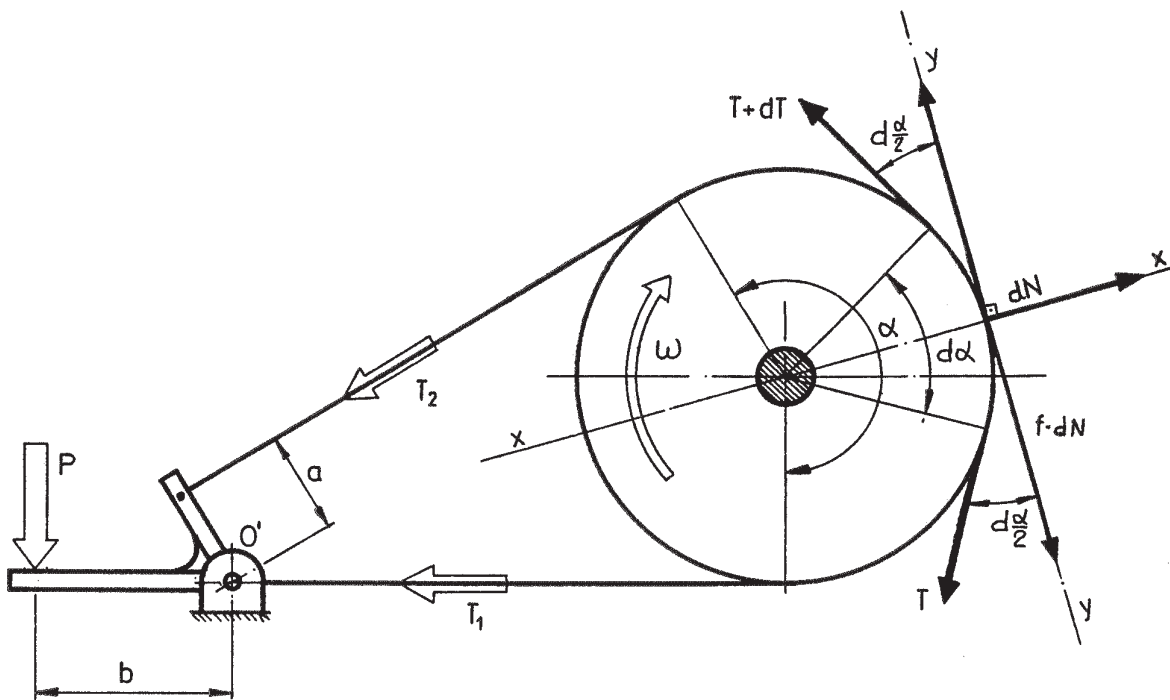


fig.14.17

En esta disposición, definimos el ángulo  $\alpha$  como el arco abrazado por la polea expresado en radianes y los valores  $T_1$  y  $T_2$ , como las tensiones mínimas y máximas que se producen en la cinta, en cualquier caso, el valor de  $T_2 > T_1$ .

Cuando el tambor está girando somete a un elemento diferencial de área de cinta tomado sobre el tambor, que se encuentra a punto de deslizarse, a unos esfuerzos  $T + dT$  y  $T$ , estas tensiones estarán equilibradas con la reacción del tambor sobre la cinta  $dN$ .

Estableciendo el equilibrio para este elemento, en el que tomamos los ejes  $XX$  e  $YY$ , tenemos que:

$$\Sigma F_h = 0$$

$$(T + dT) \sin \frac{d\alpha}{2} + T \sin \frac{d\alpha}{2} - dN = 0$$

$$\text{si } \frac{d\alpha}{2} \rightarrow 0, \text{ entonces } \sin \frac{d\alpha}{2} \rightarrow \frac{d\alpha}{2}$$

$$T \frac{d\alpha}{2} + dT \frac{d\alpha}{2} + T \frac{d\alpha}{2} - dN = 0$$

el segundo término es un infinitésimo de 2º orden, su valor es despreciable, por lo que

$$T \cdot d\alpha = dN \quad (14.23)$$

$$\Sigma F_v = 0$$

$$(T + dT) \cdot \cos \frac{d\alpha}{2} - T \cdot \cos \frac{d\alpha}{2} - f \cdot dN = 0$$

$$\text{si } \frac{d\alpha}{2} \rightarrow 0, \text{ entonces } \cos \frac{d\alpha}{2} \rightarrow 1$$

por lo que la expresión anterior nos quedará

$$dT - f \cdot dN = 0$$

y de aquí

$$dT = f \cdot dN \quad (14.24)$$

Sustituyendo (14.23) en (12.24)

$$dT = f \cdot T \cdot d\alpha \quad \text{ó} \quad \frac{dT}{T} = f \cdot d\alpha$$

integrando entre los límites  $T_1$ ,  $T_2$  y 0,  $\alpha$ , tenemos

$$\left[ \ln T \right]_{T_1}^{T_2} = \left[ \alpha \cdot f \right]_0^{\alpha} \quad \rightarrow \quad \ln T_2 - \ln T_1 = \alpha \cdot f$$

o lo que es lo mismo

$$e^{\alpha \cdot f} = \frac{T_2}{T_1}$$

de donde obtenemos la relación entre las tensiones para los ramales extendido y comprimido

$$T_2 = T_1 \cdot e^{\alpha \cdot f} \quad (14.25)$$

Sabemos que la fuerza tangencial  $F_t$  la podemos expresar por la diferencia entre las tensiones  $T_2$  y  $T_1$ , por lo que

$$F_t = T_2 - T_1 = T_1 \cdot (e^{\alpha \cdot f} - 1) \quad (14.26)$$

por lo que el momento de frenado puede determinarse por la expresión,

$$M_f = F_t \frac{d}{2} = T_1 \cdot (e^{\alpha \cdot f} - 1) \cdot R \quad (14.27)$$

La presión sobre el tambor puede obtenerse por:

$$p = \frac{N}{A}$$

$$p = \frac{N}{A}; \quad (A = \text{superficie por unidad de ancho})$$

y como de la ecuación (14.23),

$$N = T \cdot \alpha \quad \text{y} \quad A = R \cdot \alpha$$

sustituyendo en la anterior, obtenemos

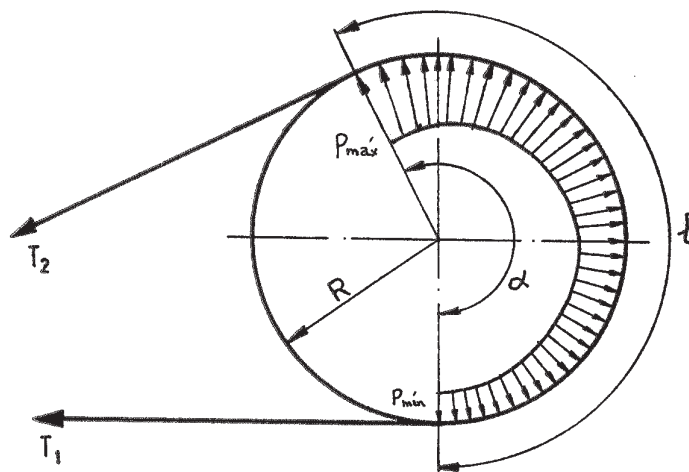
$$p = \frac{T}{R} \quad (14.28)$$

siendo  $p$  la presión específica por unidad de ancho.

Si tenemos en cuenta el ancho del tambor  $b$ , podemos expresar  $p$  como sigue

$$p = \frac{N}{A} = \frac{T \cdot \alpha}{b \cdot r \cdot \alpha} = \frac{T}{b \cdot r} \quad (14.29)$$

en esta expresión, puede sustituirse  $T$  por  $T_1$  o  $T_2$  con lo que obtenemos las presiones mínimas y máximas  $p_{\min}$  y  $p_{\max}$  sobre el tambor, fig.14.18:





A título orientativo, pueden tomarse como coeficientes de seguridad los que se relacionan a continuación:

Frenos para mecanismos de traslación .....  $n = 1.5$   
 Frenos normales para elevación .....  $n = 2 \div 3$   
 Frenos de elevación para gran peso muerto ..  $n = 3 \div 4$

En estos frenos, el diámetro de la polea varía entre  $200 \div 600$  mm.

Las figuras 14.19, 14.20, 14.21 y 14.22, indican algunas disposiciones para estos tipos de frenos.

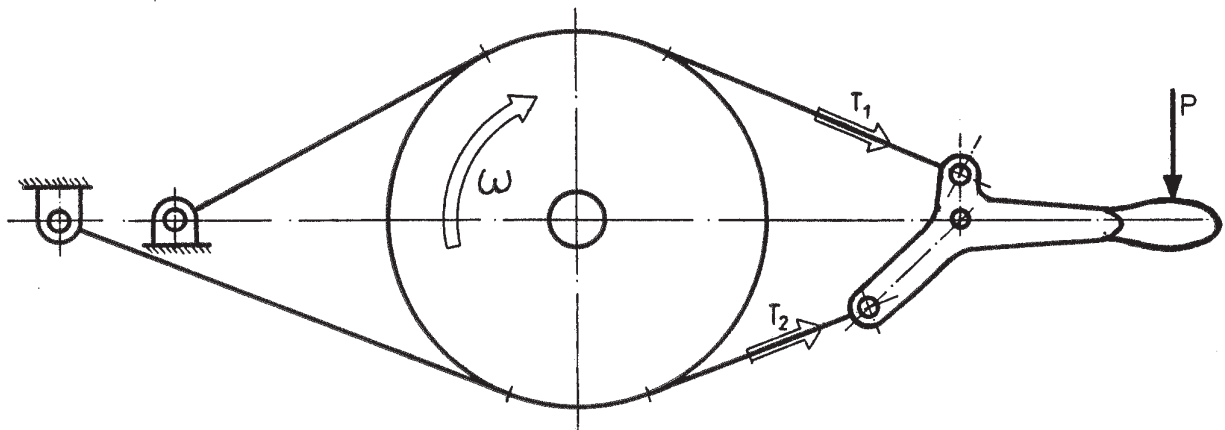


fig.14.19

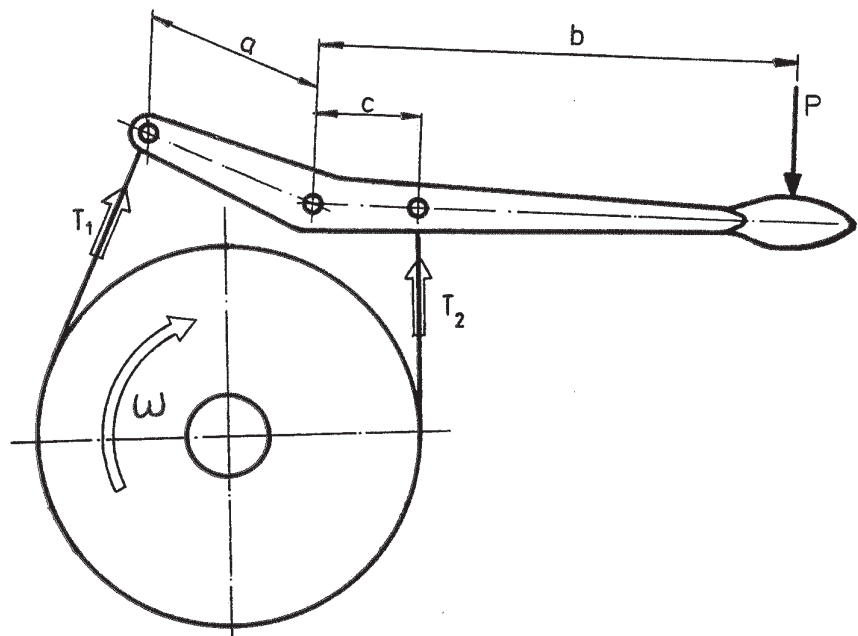


fig.14.20

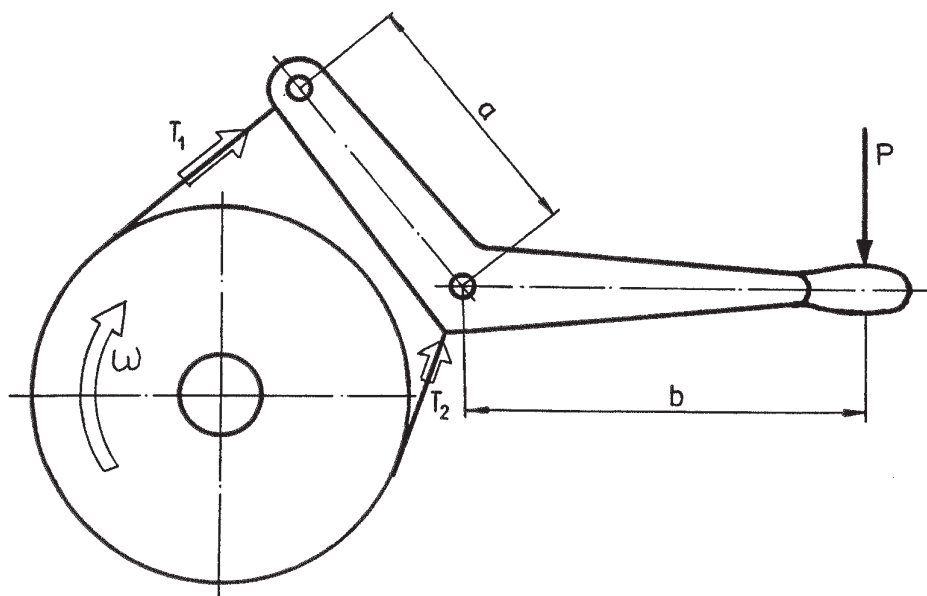


fig.14.21

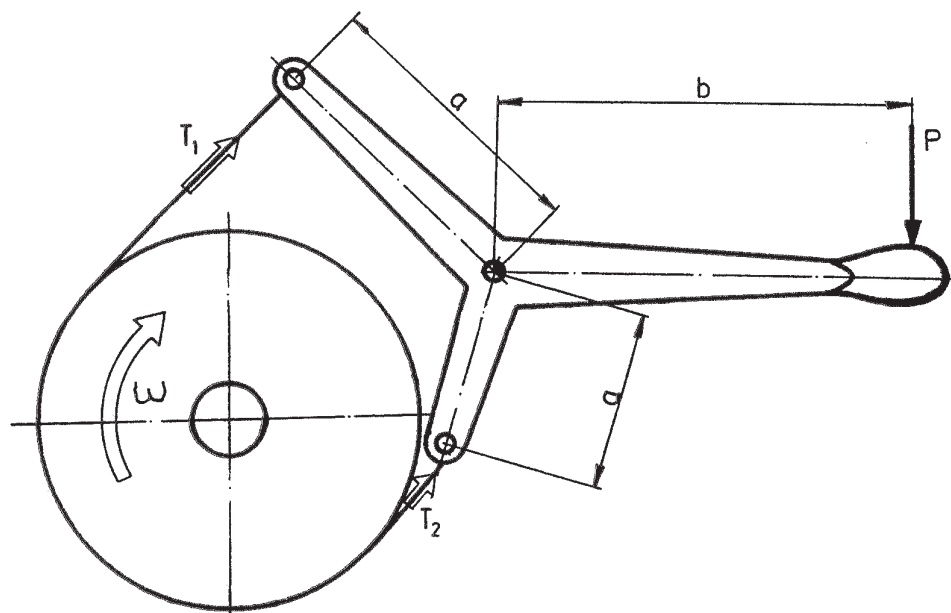


fig.14.22

## 6. FRENOS DE TAMBOR ACANALADO.

Básicamente, constan de una polea de frenado provista de una o varias acanaladuras sobre las que se montan una zapata o varias en forma de cuña, de esta forma se ve aumentada la superficie de rozamiento disminuyendo por tanto el esfuerzo a aplicar en la palanca de frenado.

La fuerza aplicar en la superficie de la zapata para mantener el freno, puede ser calculada como si se tratara de una simple cuña, por lo que aplicaremos este mismo concepto estudiado con anterioridad, fig.14.23.

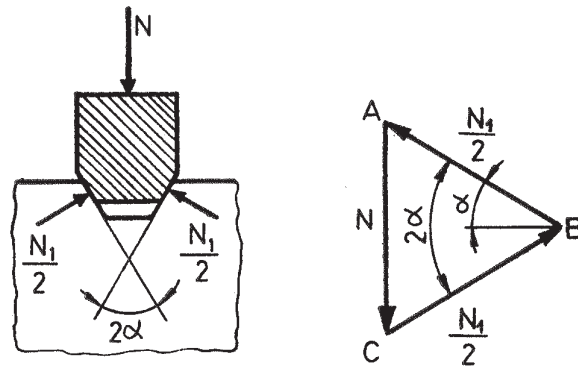


fig.14.23

$$N = 2 \cdot \text{proy BA} = 2 \cdot \text{proy CB}$$

$$N = 2 \frac{N_1}{2} \text{ sen } \alpha \rightarrow N = N_1 \cdot \text{sen } \alpha$$

y de aquí, la fuerza de rozamiento para una cara, será:

$$F_{r1} = f \frac{N_1}{2} \rightarrow F_r = 2 \cdot F_{r1}$$

$$F_r = f \cdot N_1 \quad (14.30)$$

en la que  $F_r$  = fuerza de rozamiento total.

La capacidad frenante puede ser calculada determinando previamente el esfuerzo  $N$  necesario para provocar la detención del mecanismo en el cual actúa. Para ello, de la fig.14.24, se ha obtenido el diagrama correspondiente de esfuerzos, por lo que el valor de  $N$  puede ser calculado gráficamente a partir de esta figura.

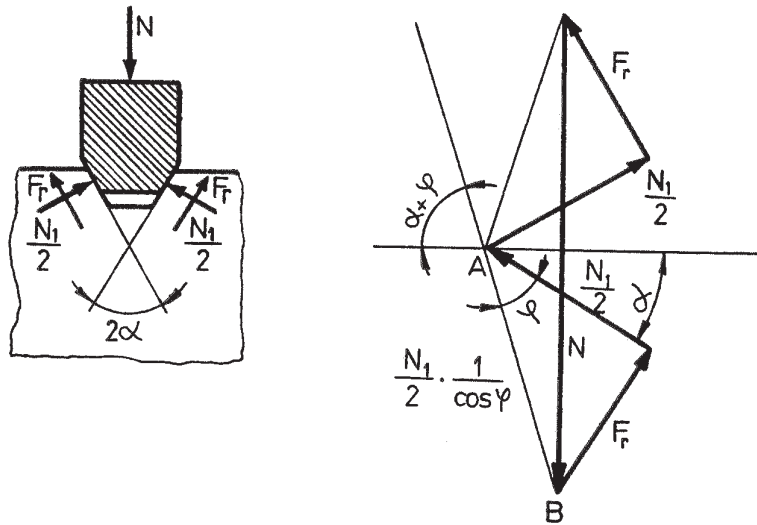


fig.14.24

$$\text{tag } \phi = \frac{F_r}{N_1/2} \quad \rightarrow \quad F_r = \text{tag } \phi \cdot N_1/2$$

$$N = 2 \cdot \text{proy } AB = 2 \frac{N_1}{2} \frac{1}{\cos \phi} \text{sen}(\alpha + \phi) =$$

$$= \frac{N_1}{\cos \phi} (\text{sen } \alpha \cdot \cos \phi + \text{sen } \phi \cdot \cos \alpha) = N_1 (\text{sen } \alpha + \text{tag } \phi \cdot \cos \alpha)$$

de donde

$$N = N_1 \cdot \cos \alpha \cdot (\tan \alpha + \tan \phi) \quad (14.31)$$

El momento de frenado será:

$$M_f = 2 \cdot F_r \cdot R_m \quad (14.32)$$

en la que

$F_r$  es la fuerza de rozamiento sobre cada una de las caras  
 $R_m$  representa el radio medio del tambor de frenado.

## **7. FRENOS DE FUERZA CENTRIFUGA.**

Se componen de :

- B, tambor hueco fijo a la bancada.
- A, disco solidario al eje de rotación.
- C, zapatas móviles.
- R, resorte para mantener las zapatas separadas del tambor.
- D, pasador para mantener las zapatas suspendidas y que permiten el giro alrededor de este punto.

En este tipo de freno la acción frenante se realiza por la fuerza centrífuga que se origina al girar una o varias masas sobre el disco A solidario al eje móvil. A partir de cierta velocidad, la fuerza centrífuga es suficiente para vencer la resistencia del resorte T, manteniéndose unida al tambor hueco que se encuentra fijo a la bancada esto nos provoca la aparición de N, esfuerzo normal, que a su vez produce la fuerza de rozamiento entre las zapatas y el tambor de frenado.

En estas condiciones de funcionamiento, lo interesante es determinar el número de masas necesarias y el momento de frenado para conseguir que el descenso de una carga se haga a velocidad moderada previamente fijada. La carga comienza a descender con movimiento acelerado, pero al adquirir una cierta velocidad, las masas pendulares por efecto de la fuerza centrífuga determinan los valores de N.

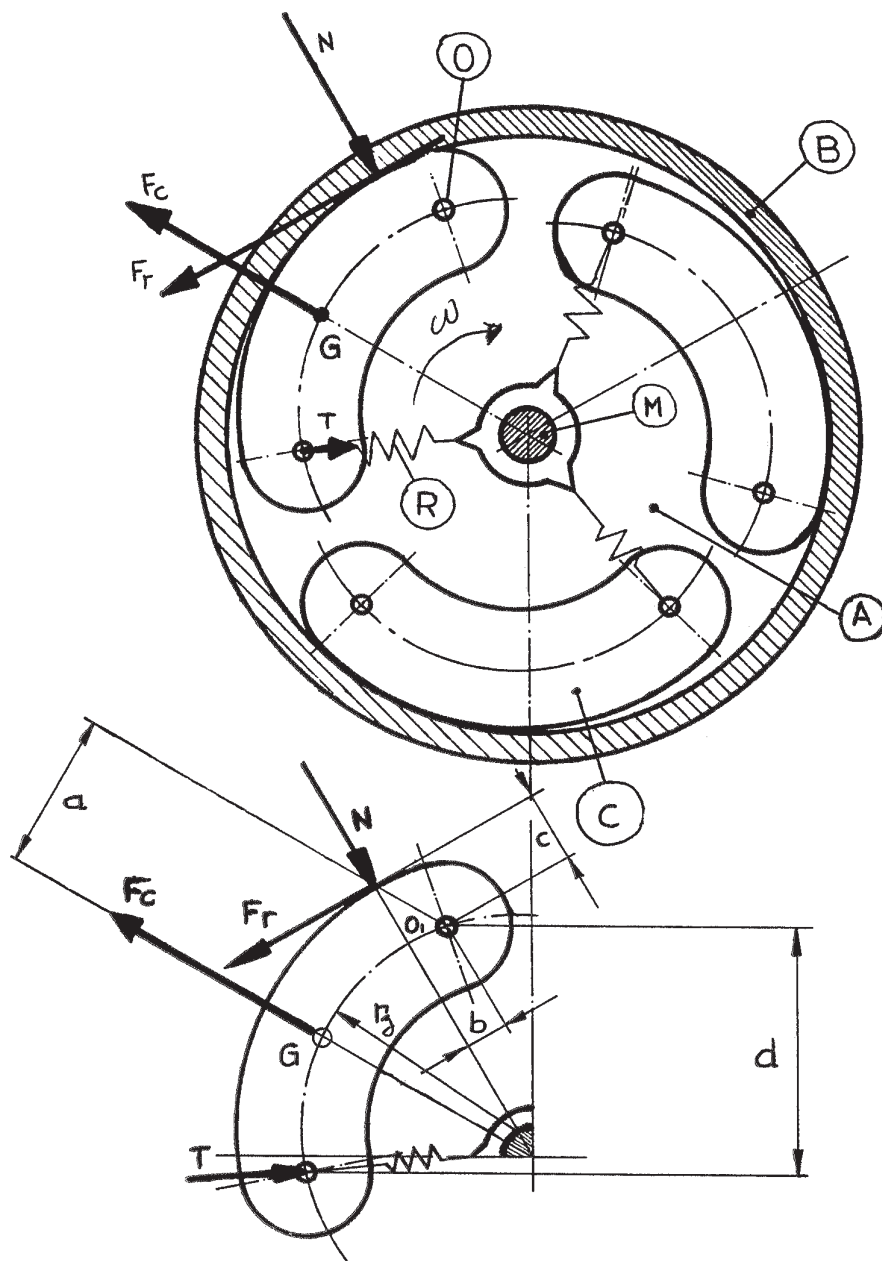


fig.14.25

Si en la fig.14.25, tomamos los siguientes datos:

- $\omega$  = Velocidad del disco.
- $OG = r$
- $F_c$  = Fuerza centrífuga =  $m \cdot a_c = m \cdot \omega^2 \cdot r$
- $f \cdot N$  = Reacción debida a la fuerza de rozamiento.
- $F_t$  = Fuerza tangencial.
- $N$  = Esfuerzo normal sobre la zapata.
- $b$  = Distancia desde O' hasta N
- $c$  = Distancia desde O' hasta  $fN$
- $T$  = Fuerza en el resorte.
- $d$  = Distancia desde O' hasta T
- $m$  = peso de cada una de las masas

Para que se produzca el equilibrio deberá verificarse que

$$\Sigma M_{O'} = 0$$

$$F_c \cdot a - N \cdot b - f \cdot N \cdot c - T \cdot d = 0$$

$$F_c = (T \cdot d + f \cdot N \cdot c + N \cdot b) / a$$

y como

$$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot r_g \quad \text{y} \quad m = P/g$$

$$F_c = \frac{P}{g} \omega^2 \cdot r_g$$

$$F_c = \frac{P}{g} \omega^2 \cdot r_g = (T \cdot d + f \cdot N \cdot c + N \cdot b) / a \quad (14.33)$$

$$m = \frac{g}{\omega^2 \cdot r_g \cdot a} (F \cdot d + f \cdot N \cdot c + N \cdot b) \quad (14.34)$$

Si  $Z = n^{\circ}$  de zapatas, el peso de una zapata será:

$$P_1 = \frac{P}{Z}$$

## 8. FRENOS DE DISCO.

En este tipo de frenos existen dos zapatas que a modo de mordaza ejercen presión contra la superficie de un disco rotor. El disco rotor está unido a la parte interior de la rueda que se pretende detener y, por tanto, girando con ella.

La mordaza está provista de un émbolo hidráulico que suministra la fuerza,  $F$ , necesaria para provocar el frenado bajo la acción de la presión hidráulica  $p_h$ , siendo:

$$p_h = \frac{F}{A_{emb}} = \frac{F}{\pi \cdot d^2 / 4} \quad -> \quad F = p_h \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

en la que

$d$  es el diámetro del émbolo  
 $p_h$  es la presión hidráulica.

Para el cálculo, supondremos el caso más general de zapata en forma de corona circular, fig.14.26.



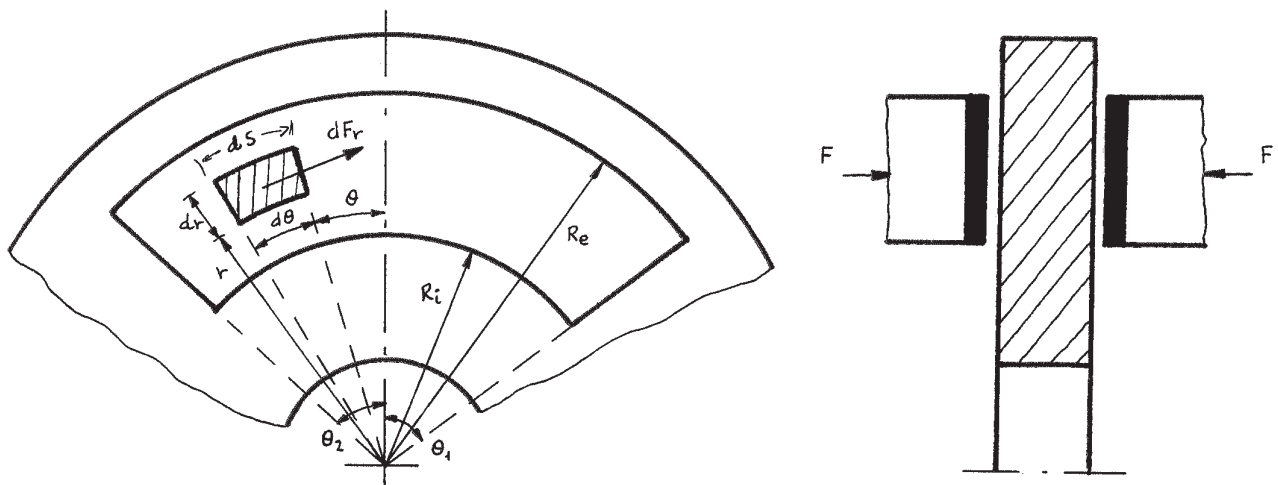


fig.14.26

- Fuerza elemental de rozamiento:

$$dF_r = f \cdot dN$$

- Presión específica:

$$p = \frac{dN}{dA}$$

$$dA = ds \cdot dr = r \cdot d\theta \cdot dr$$

$$dN = p \cdot r \cdot d\theta \cdot dr \quad \text{sustituyendo en la expresión de } dF_r,$$

$$dF_r = f \cdot p \cdot r \cdot d\theta \cdot dr$$

de donde el área de la zapata vale, tomando como límites  $\theta_1 = \theta_2 = \theta/2$

$$A = \int r \cdot d\theta \cdot dr = \frac{\theta}{2} (R_e^2 - R_i^2) \quad (14.35)$$

- Momento elemental: sobre una zapata obtenemos

$$dM_i = r \cdot dF_r = f \cdot p \cdot r^2 \cdot d\theta \cdot dr$$

- Momento total: para una zapata

$$M_i = \int dM_i = f \cdot p \int r^2 \cdot dr \int d\theta$$

$$\text{si } \theta_1 = \theta_2 = \theta/2$$

$$M_i = \frac{1}{3} f \cdot p \cdot \theta (R_e^3 - R_i^3)$$

pero al ser dos zapatas

$$M_t = 2 \cdot M_i = \frac{2}{3} f \cdot p \cdot \theta (R_e^3 - R_i^3) \quad (14.36)$$

En esta fórmula, la presión superficial p vale:

$$p = \frac{N}{A_{\text{zapata}}} \quad \text{siendo:} \quad N = F = p_h \cdot \pi \cdot d^2/4$$

$$A = \frac{\theta}{2} (R_e^2 - R_i^2)$$

$$p = \frac{p_h \cdot \pi \cdot d^2 / 4}{\frac{\theta}{2} (R_e^2 - R_i^2)} \quad (14.37)$$

Sustituyendo la ecuación (14.37) en la (14.36), nos queda

$$M = \frac{1}{6} f \cdot p_h \cdot h \cdot \pi \cdot d^2 \frac{(R_e^3 - R_i^3)}{(R_e^2 - R_i^2)} \quad (14.38)$$

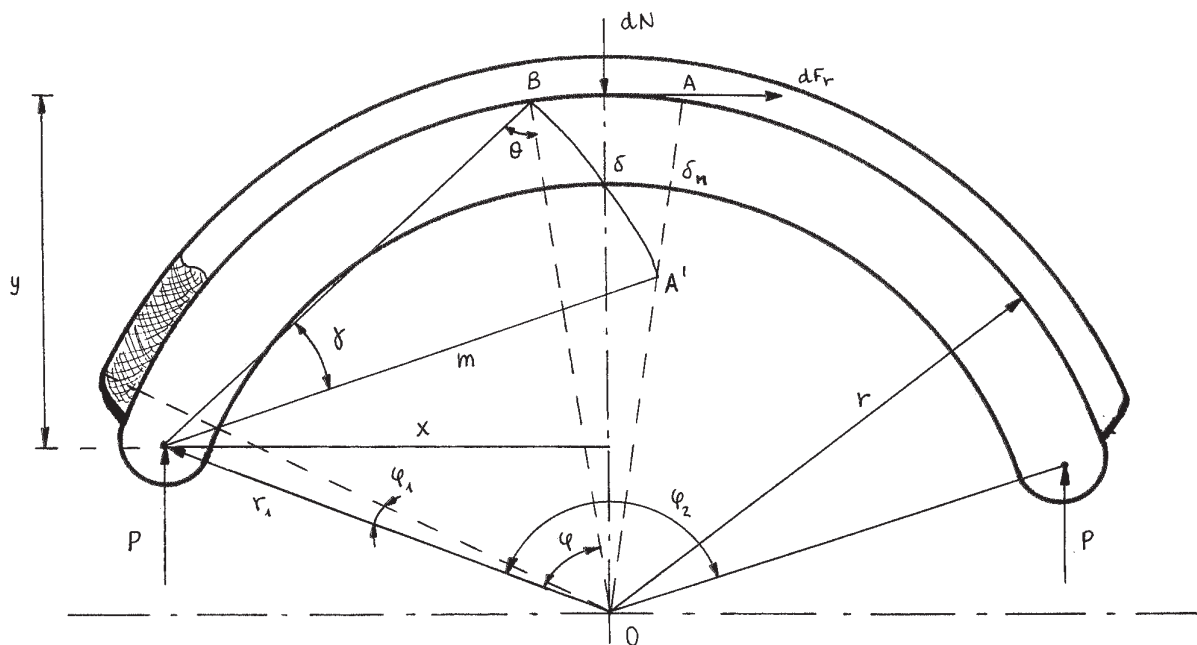
Esta expresión nos determina el momento de frenado en función de la presión hidráulica, del diámetro del cilindro, del coeficiente de rozamiento y de los radios interior y exterior correspondientes de la zapata.

## 9. FRENO DE ZAPATA INTERNA.

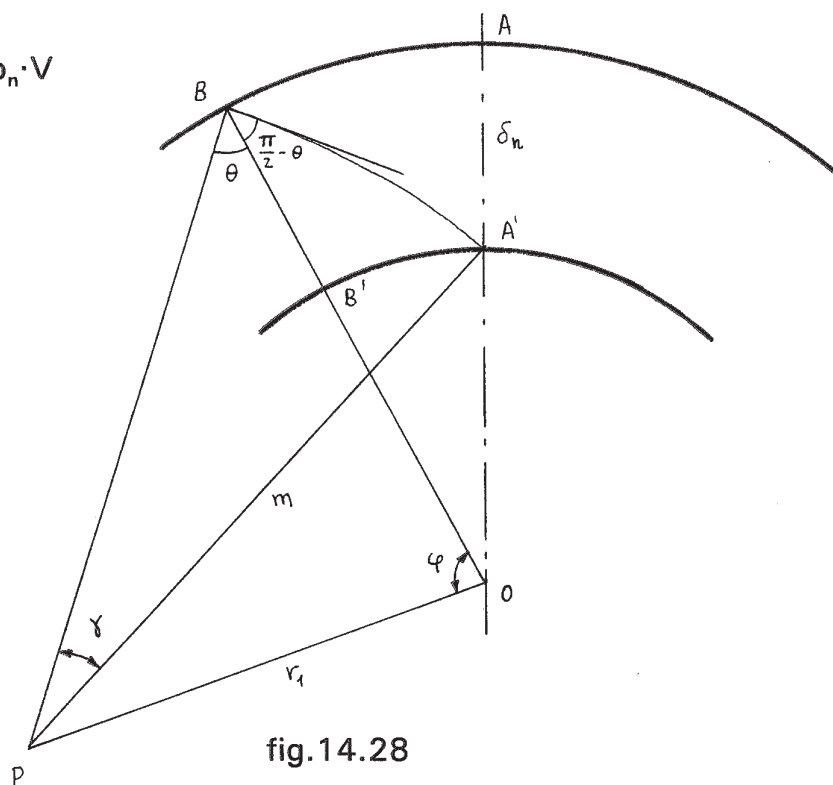
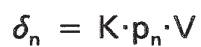
La acción frenante se ejerce por medio de una fuerza P localizada en el extremo de la palanca, como se indica en la fig.14.27. El número de zapatas normalmente es dos, ejerciéndose la acción frenante sobre cada una de ellas por medio de una leva u otro dispositivo normalmente de tipo hidráulico.

Para el cálculo de la capacidad frenante se supondrá que:

- a) La presión normal que ejerce la zapata sobre el tambor de frenado es proporcional a su distancia vertical al punto de la articulación de la zapata.
- b) La zapata es rígida.
- c) El coeficiente de rozamiento no cambia con la presión y la velocidad.



En la fig.14.28, se ha dibujado a mayor escala un detalle de la forma que se produce el desgaste en la zapata. De ésta, se deduce que el desgaste de la zapata en la dirección radial hacia O, será:



Con el tiempo, el punto A pasa a A' y la zapata girará alrededor de P y el punto B, se trasladará a A', por lo que el desgaste con relación al punto de la articulación P, será

$$\delta = \mathcal{J} \cdot m$$

llamando  $\theta$  al ángulo que forma la dirección OB con PB, tenemos

$$\delta_n = \delta \cdot \sin \theta = \mathcal{J} \cdot m \cdot \sin \theta \quad (14.39)$$

Por otro lado, del triángulo PBO se puede deducir que:

$$\frac{PB}{\sin \phi} = \frac{r_1}{\sin \theta}$$

y como  $PB = PA' = m$

$$\frac{m}{\sin \phi} = \frac{r_1}{\sin \theta} \quad \text{ó} \quad m \cdot \sin \theta = r_1 \cdot \sin \phi \quad (14.40)$$

Sustituyendo en la ecuación (14.39)

$$\delta_n = \mathcal{J} r_1 \cdot \sin \theta \quad (14.41)$$

En esta ecuación, si:

$$\phi_{\min} \rightarrow (p_n)_{\min}$$

$$\phi_{\max} \rightarrow (p_n)_{\max}$$

luego

$$K \cdot V \cdot p_{\max} = r \cdot r_1 \cdot \text{sen } \phi_{\max} \quad (14.42)$$

si  $\phi_2 > 90^\circ$  se toma la unidad o que  $\phi_2 = 90^\circ$ .

De las ecuaciones (14.39) y (14.42) se obtiene

$$K \cdot V = \frac{r \cdot r_1 \cdot \text{sen } \phi}{p_n}$$

$$\rightarrow p_n = \frac{p_{\max} \cdot \text{sen } \phi}{\text{sen } \phi_{\max}}$$

$$K \cdot V = \frac{r \cdot r_1 \cdot \text{sen } \phi_{\max}}{p_{\max}}$$

**Momentos de frenado.**

A) Momento ejercido por el freno.

Tomando momentos de la fuerza de rozamiento con respecto al centro del tambor,

$$dM = r \cdot dF_r$$

$$p_n = \frac{dN}{dA} \rightarrow dN = p_n \cdot dA = p_n \cdot b \cdot r \cdot d\phi$$

$$dF_r = f \cdot dN$$

$$dM = r \cdot dF_r \cdot f \cdot p_n \cdot dA = f \cdot p_n \cdot b \cdot r^2 \cdot d\phi$$

Sustituyendo  $p_n$  por su valor

$$dM = f \frac{p_{\max}}{\sin \phi_{\max}} d \cdot r^2 \cdot \sin \phi \cdot d\phi$$

e integrando entre  $\theta_1$  y  $\theta_2$

$$M = f \frac{p_{\max}}{\sin \phi_{\max}} b \cdot r^2 ( \cos \phi_2 - \cos \phi_1 ) \quad (14.43)$$

B) Momento producido por las fuerzas normales con respecto a la articulación de la zapata.

$$M_h = X \cdot dN = X \cdot p_n \cdot dA = X \cdot p_n \cdot b \cdot r \cdot d\phi =$$

$$= X \frac{p_{\max}}{\sin \phi_{\max}} \sin \phi \cdot b \cdot r \cdot d\phi = \frac{b \cdot r \cdot p_{\max}}{\sin \phi_{\max}} X \cdot \sin \phi \cdot d\phi$$

como  $X = r_1 \cdot \sin \phi$

$$M_h = \frac{b \cdot r \cdot p_{\max}}{\sin \phi_{\max}} r_1 \int_{\phi_1}^{\phi_2} \sin^2 \phi \cdot d\phi =$$

$$= \frac{b \cdot r \cdot p_{\max}}{\sin \phi_{\max}} r_1 \left[ \frac{\phi}{2} + \frac{1}{4} \sin 2\phi \right]_{\phi_1}^{\phi_2} =$$

y finalmente

$$M_h = \frac{b \cdot r \cdot p_{\max}}{\sin \phi_{\max}} r_1 \left( \frac{\phi_2}{2} - \frac{\phi_1}{2} + \frac{1}{4} \sin 2\phi_2 - \frac{1}{4} \sin 2\phi_1 \right) \quad (14.44)$$

C) Momento de las fuerzas de rozamiento.

$$M_f = Y \cdot dF_r$$

siendo  $Y = r - r_1 \cdot \cos \phi$ , por lo que sustituyendo

$$M_f = (r - r_1 \cdot \cos \phi) \cdot f \cdot dN = f \cdot (r - r_1 \cdot \cos \phi) \cdot p_n \cdot b \cdot r \cdot d\phi$$

e integrando

$$M = \frac{f \cdot b \cdot r \cdot p_{\max}}{\sin \phi_{\max}} \int_{\theta_1}^{\theta_2} (r - r_1 \cdot \cos \phi) \cdot \sin \phi \cdot d\phi$$

$$M = \frac{f \cdot b \cdot r \cdot p_{\max}}{\sin \phi_{\max}} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \left( r \cdot \sin \phi - \frac{1}{2} r_1 \cdot \sin 2\phi \right) \cdot d\phi \quad (14.45)$$

resolviendo esta integral se obtiene el valor.